# Empirisk grundlag for MAKRO

Anders F. Kronborg

MAKRO seminar, 6/12

# Data

- Nationalregnskabstal og input-output fra ADAMs databank
  - 9 brancher, 6 private forbrugskomponenter, 3 investeringstyper
- Kortsigtsfremskrivningen fra økonomiske ministerier (økonomisk redegørelse)
- FM's befolkningsregnskab (fordelt på alder og beskæftigelsesstatus)
- Registerdata for indkomst og formue (fordelt på alder)

# Hvad skal karakterisere estimationsstrategien?

- Modeltypen bestemmer den økonometriske tilgang:
- Særligt to karakteristika ved MAKRO er afgørende for estimeringen/kalibreringen:
  - Ingen explicit stokastik
  - Strukturel model med mange (!) variable og parametre
- $\rightarrow$ Hverken fuld maximum likelihood eller ligning-for-ligning estimation tilgængeligt
- Det motiverer en relativt sammensat parametriseringsstrategi, afhængigt af parametertypen

# Modellens 4 typer af parametre

- Til den efterfølgende diskussion kan man med fordel opdele modellens parametre i følgende kategorier:
  - *i*): Parametre som er fastsat fx fra ekstern empiri eller principper (eks.: arbejdsmarkedselasticiteter)
  - *ii*): ... kan estimeres selvstændigt, givet modelantagelserne (eks.: CES elasticiteter, »ad hoc«-relationer)
  - *iii*): ... bestemmer marginaladfærd og respons til stød (eks.: Løn- og prisrigiditet, justeringsomkostninger for kapitalapparat)
  - *iv*): ... kalibreres dynamisk for at matche data i niveau (eks.: Beskæftigelsesgab fordelt på alder og andelsparametre i nyttefunktioner)
- ... åbentlyst ikke altid en klar adskillelse mellem kategorierne

# Kalibrering og grundforløb

- Modellen kalibreres dynamisk (ikke til steady state) til de historiske år fra ADAMs databank udvidet med prognosen fra økonomisk redegørelse
  - Dvs. at en række parametre varierer fra år til år uden nogen bestemt teoretisk begrundelse
  - Ideelt set »fjerner« modellen selv persistente fluktuationer
- Hvordan undgår vi (mindsker vi...) risikoen for over-fitting ift. prognosen?
  - Dynamisk kalibrering afgrænses til parametre med begrænset effekt på marginaladfærd
  - Opdeling af kalibrerede parametre i en strukturel, en kortsigts- og en støj-del
  - Øvrig smoothing af parametre i både alders- og tidsdimensionen

# En bemærkning om dynamisk kalibrering

- Lad en hypotetisk adfærdsligning være givet som $Y_t = a + bX_t$ og lad $*$ betegne det strukturelle niveau:
  - **DSGEs**: $Y_t = a + bX_t + \varepsilon_t \quad \rightarrow \varepsilon_t$ er et strukturelt stød (hvid støj)
  - **SEMs**: $Y_t = a + bX_t + JX_t \quad \rightarrow JX_t$ er et residual eller J-led (potentielt seriekorreleret)
  - **CGEs**: $Y_t^* = a_t^* + b^* X_t^*$
  - **MAKRO**: $Y_t = a_t + bX_t \quad \rightarrow a_t = a^* + JX_t$
- MAKRO kalibreres uden for steady state! $\rightarrow$ Hvad skal $a_{t+1}$, $a_{t+2}$, ..., sættes til i grundforløbet?

# Eksempel: Kalibrering af CES funktioner

- Betragt en CES-produktionsfunktion eller -efterspørgsel

$$y_t = \left[ \sum_j \mu_{jt}^{\frac{1}{E}} q_{jt}^{\frac{E-1}{E}} \right]^{\frac{E}{E-1}}, \quad s_{jt} = \mu_{jt} \left( \frac{p_{jt}^q}{p_t} \right)^{1-E}$$

  - hvor $s_{jt} \equiv \frac{p_{jt}^q q_{jt}}{p_t y_t}$ er budgetandelen
  - $E$ er en (konstant) elasticitet
  - $\mu_{jt}$ er en fordelingsparameter
- $\rightarrow$ $E$ og $\mu_t$ er uobserverede - resten er data

# Eksempel: Kalibrering af CES funktioner II

- I en ren strukturmodel kalibreres $\mu$ for hvert år, for en given elasticitet, $E$
  - I en kombineret struktur- og konjunkturmodel ønsker vi at beskrive (og kunne fremskrive) udviklingen af »$\mu$'erne« over tid
  - Derfor kunne man med fordel lave opdelingen:

$$log\,\mu_t = log\,\mu_t^{struc} + log\,\mu_t^{short}$$

    - f.eks.:

$$log\,\mu_t^{struc} = log\,\mu_{t-1}^{struc} + \varepsilon_t^{struc}$$
$$log\,\mu_t^{short} = \rho\, log\,\mu_{t-1}^{short} + \varepsilon_t^{short}$$

# Eksempel: Kalibrering af CES funktioner III

- Som alternativ til kalibrering, kan systemet estimeres med et Kalman-filter
- Ideelt set vil dette kunne give svar på 3 spørgsmål:
  - i) Estimat på $E$
  - ii) Opdeling af $\mu^{struc}$ og $\mu^{short}$
  - iii) Tilpasningshastigheden til det strukturelle niveau, $\rho$
- Metoden er afprøvet på simuleret data og for import af services og industrivarer til produktion:
  - Pkt. i) og ii) ser fornuftigt ud...
  - ...men pkt. iii) er ikke uproblematisk

# Hvorfor VAR modeller?

- Fra opdraget:
  - »Modelgruppen skal nå frem til en model, som er empirisk velfunderet [...] især for så vidt angår kortsigtsegenskaberne, herunder tilpasningstiden til strukturel ligevægt«
- VAR modeller er en fleksibel beskrivelse af sammenhængene mellem et sæt af endogene variable
- Impulse response funktionen for VAR modellen kan herefter sammenholdes med den tilsvarende respons i MAKRO
  - Giver en indikation af både endogen persistens (fortrængningstid af finanspolitik) og fortegn (fx afmatnings- vs. cost-effekt størst ved rentestigning) i en teorifri ramme
- *Såfremt* et strukturelt stød kan identificeres med en (S)VAR model, kan de resulterende impulser bruges til at matche tilpasningen i MAKRO
  - Lignende modeller bruger VAR-impulser til at undersøge ex post eller som input i kalibreringen

# VAR modeller, matching af stød

- Listen med interessante stød er potentielt meget omfattende, men inkluderer:
  - Offentlige efterspørgselsstød (forbrug, investeringer, beskæftigelse) og inkomsttransfereringer
  - Indenlandske efterspørgselsstød
  - Indenlandske udbudsstød (arbejdsudbud, produktivitet)
  - Udenlandske stød til rente, vækst og olipris
- Hvilke variable skal inkluderes til sammenligning med MAKROs IRF?
  - Variable af oplagt interesse fsva. MAKROs egenskaber
  - Variable, der bidrager til identifikation af relevante parametre
  - Variable, der bidrager til identifikation af stød i VAR modellen
- **Arbejdet med IRF matching udestår**

## VAR modeller, recap

- $VAR(p)$ modellen kan opskrives som:

$$y_t = A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \ldots + A_p y_{t-p} + u_t, \quad u_t \sim N(0, \Sigma)$$

  - Hvor $y_t$ er en $K \times 1$ vector af data og $u_t$ er en vector af residualer med kovariansmatricen $\Sigma$
    - ★ Vi er i stedet interesserede i det strukturelle (orthogonale) stød $\varepsilon_t$
  - VAR modellen kan i stedet opskrives på SVAR form

$$B_0 y_t = B_1 y_{t-1} + \ldots + B_p y_{t-p} + \varepsilon_t, \quad , \varepsilon_t \sim N(0, I_K)$$

  - Bemærk at

$$\Sigma = \mathbb{E}(u_t u_t^{'}) = B_0^{-1} \mathbb{E}(\varepsilon_t \varepsilon_t^{'})(B_0^{-1})^{'} = B_0^{-1} I_K (B_0^{-1})^{'} = B_0^{-1}(B_0^{-1})^{'}$$

    - ★ $B_0$ har $K^2$ parametre, mens $\hat{\Sigma}$ har $K(K+1)/2$ frie parametre $\rightarrow$ yderligere restriktioner nødvendigt for at identificere $\varepsilon_t$

# Overordnet strategi for VAR specifikation

- VAR modellerne estimeres som udgangspunkt på kvartalsdata (MONAs database) og impulserne konverteres herefter til årlig frekvens
- $B_0$ matricen identificeres med nul- og/eller fortegnsrestriktioner
- Ønsket om identifikation af flere og forskellige stød kræver flere, ikke større VAR-modeller
  - Frihedsgrader: En $VAR(p)$-model med $K$ variable har $pK^2$ koefficienter $\rightarrow$ inefficient estimation af $A$ og $\Sigma$
  - Eksakt identifikation af $B_0$ kræver $K(K-1)/2$ nulrestriktioner
  - Ekstern validering af modellerne fra forskning
- Hvordan undgår vi, at stødene ikke er *for* »reduced-form«?
  - i) Er impulserne robuste overfor inklusion af andre variable?
  - ii) Et formelt statistisk test for, om de strukturelle stød faktisk *er* strukturelle